

Složené úročení

Složené úročení je takový způsob úročení, při němž se úrok z každého úrokovacího období připočítá k zúročenému kapitálu a v dalším úrokovacím období se úročí již zúročený kapitál.[10]

Složené úročení polhůtní je takové úročení, kdy se úroky z počátečního kapitálu připisují na konci úrokového období.[11]

Ilustrační příklad 7

Uložíme částku 150 000 Kč. Jaká bude výše uložené částky po 4 letech, při složeném úročení polhůtním, jestliže úrokové období je roční a úroková sazba činí 2 % p. a.?

Řešení:

Při složeném úrokování budeme mít

$$1. \text{ rok: } K_1 = 150\,000 + 150\,000 \cdot \frac{2}{100} = 150\,000 \cdot (1 + 0,02) = 153\,000 \text{ Kč,}$$

$$2. \text{ rok: } K_2 = K_1 + K_1 \cdot \frac{2}{100} = K_1(1 + 0,02) = 150\,000 \cdot (1 + 0,02)^2 = 156\,060 \text{ Kč,}$$

$$3. \text{ rok: } K_3 = K_2 + K_2 \cdot \frac{2}{100} = K_2(1 + 0,02) = 150\,000 \cdot (1 + 0,02)^3 = 159\,181 \text{ Kč,}$$

$$4. \text{ rok: } K_4 = K_3 + K_3 \cdot \frac{2}{100} = K_3(1 + 0,02) = 150\,000 \cdot (1 + 0,02)^4 = 162\,365 \text{ Kč.}$$

Výše částky po 4 letech bude 162 365 Kč. (Bez zdanění úroku)

Situaci uvedenou v ilustračním příkladu, můžeme zobecnit

Předpokládejme, že uložíme částku K_0 na dobu n let při úrokové sazbě p % a. m. Jakou částku K_n obdržíme po n letech, jestliže předpokládáme roční úrokové období?

Z výše uvedeného výpočtu je zřejmé, že

$$K_n = K_0 \cdot (1 + i)^n \quad (4)$$

kde

K_n ... budoucí hodnota kapitálu

K_0 ... je současný kapitál

i ... je úroková sazba, jako desetinné číslo, tj. $i = \frac{p}{100}$

n ... doba splatnosti kapitálu v letech (pokud máte roční úrokové období)

Stejně jako u jednoduchého úrokování jsou úroky daněny. To znamená ve vzorci (4) nahradíme parametr i hodnotou $0,85 \cdot i$.

Ilustrační příklad 8

Ukážeme si, jak se změní výsledky ilustračního příkladu 7, pokud zohledníme při výpočtech daň z příjmu. (Uvažujme daň z příjmu 15 %)

$$K_4 = K_0 \cdot (1 + 0,85 \cdot i)^n,$$

$$K_4 = K_0 \cdot (1 + 0,017)^n,$$

$$K_4 = 150\,000 \cdot (1 + 0,017)^4,$$

$$\underline{K_4 \equiv 160\,463.}$$

Za 4 roky, při složeném úročení a po zdanění úroků bude částka 160 463 Kč.

Poznámka

V praxi se často stává, že úrokové období je menší než rok. Tedy připisování úroků probíhá častěji než za jeden rok.

Uvedeme příklad.

Ilustrační příklad 9

Uložíme částku 110 000 Kč. Jak vysoká bude částka po 2 letech, při složeném úročení polhůtním. Úrokové období je čtvrtletní a roční úroková sazba je 1,2 % p.a.? Daň z úroků neuvažujme.

Řešení:

Roční úroková míra je 1,2 % p.a., tzn. čtvrtletní úrokovou míru $\frac{1}{4} \cdot 1,2 = 0,3$ %. Průběh úročení bude následující:

1. čtvrtletí: $K_1 = 110\,000 + 110\,000 \cdot 0,003 = 110\,000 + 330 = 110\,330$ Kč.

2. čtvrtletí: $K_2 = 110\,330 + 110\,330 \cdot 0,003 = 110\,330 + 331 = 110\,661$ Kč.

3. čtvrtletí: $K_3 = 110\,661 + 110\,661 \cdot 0,003 = 110\,661 + 332 = 110\,993$ Kč.

4. čtvrtletí: $K_4 = 110\,993 + 110\,993 \cdot 0,003 = 110\,993 + 333 = 111\,326$ Kč.

5. čtvrtletí: $K_5 = 111\,326 + 111\,326 \cdot 0,003 = 111\,326 + 334 = 111\,660$ Kč.

6. čtvrtletí: $K_6 = 111\,660 + 111\,660 \cdot 0,003 = 111\,660 + 335 = 111\,995$ Kč.

7. čtvrtletí: $K_7 = 111\,995 + 111\,995 \cdot 0,003 = 111\,995 + 336 = 112\,331$ Kč.

8. čtvrtletí: $K_8 = 112\,331 + 112\,331 \cdot 0,003 = 112\,331 + 337 = 112\,668$ Kč.

Po 2 letech obdržíme částku 112 668 Kč.

Situaci uvedenou v ilustračním příkladu, můžeme zobecnit

Předpokládejme, že jsme uložili částku K_0 na dobu n let při úrokové sazbě p % p.a. Jakou částku K_n obdržíme po n letech, jestliže předpokládáme připisování úroků m krát do roka?

Z výše uvedeného výpočtu je zřejmé, že platí

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot n}, \quad (5)$$

kde

K_n ... budoucí hodnota kapitálu

K_0 ... původní kapitál

i ... roční úroková sazba vyjádřená jako desetinné číslo

m ... četnost připsování úroků za rok (frekvence úročení, počet úrokových období za rok)

n ...doba splatnosti.[12]

Příklady

Příklad 1-9

Pan Novák uložil do banky 150 000 Kč při 1,5% p.a. Po 1 roce si peníze chce vybrat. Jak vysokou částku obdrží, jestliže předpokládáme čtvrtletní, půlroční, resp. roční připsování úroků? Daň z úroků neuvažujme.

Řešení:

$K_0 = 150\,000$, $i = 0,015$, $n = 1$, $m = 1, 2, 4$, $K_n = ?$

(9) Vzorec: $K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot n}$

Úroková sazba	Frekvence úročení (m)	Konečná částka po výběru
Roční	1	152 250,00
Pololetní	2	152 258,44
Čtvrtletní	4	152 262,69

Obr. 3 – Tabulka ukazující konečné částky při různé frekvenci úročení.

Vidíme, že čím častěji připsujeme úroky, tím větší je částka, kterou na konci roku dostaneme.